ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 17 JUIN 1918.

PRÉSIDENCE DE M. Léon GUIGNARD.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

MÉCANIQUE DES SEMI-FLUIDES. — *Uniformité de l'écoulement dans les sabliers : le débit y paraît indépendant de la hauteur de charge.* Note [1] de M. J. Boussinesq.

I. Un exemple important, mais sans doute difficile à calculer, d'éta ébouleux, est fourni par l'écoulement du sable dans un de ces *sabliers* dont se servaient les anciens pour mesurer le temps, vase de révolution à axe vertical et à paroi latérale polie convergeant inférieurement, sous d'assez fortes pentes, vers un *orifice* horizontal d'un diamètre très faible par rapport à celui des parties supérieures du vase même. On remplit celui-ci, du moins jusqu'à une certaine hauteur h au-dessus de l'orifice, d'un sable homogène dont les grains aient leur diamètre un peu comparable au diamètre de l'orifice, de manière à permettre la sortie simultanée de plusieurs grains, tout en rendant insignifiantes leurs vitesses de chute à travers les sections horizontales, bien plus grandes que l'orifice, situées au-dessus de celui-ci à des hauteurs très faibles par rapport à h, mais supérieures au diamètre de l'orifice même.

Dans ces conditions, on peut admettre que presque tout le sable du vase, à l'exception de celui que contient le bas du *goulot*, est à l'état ébouleux en ce sens que les accélérations y sont négligeables tout en maintenant l'*équilibre-limite*, ou que les pressions y neutralisent à très peu près la pesanteur.

---

[1] Séance du 10 juin 1918.

L'expérience a montré depuis longtemps (sans quoi l'usage des sabliers n'aurait pu s'établir) que la vitesse verticale moyenne à travers l'orifice y devient vite *quasi permanente*, et qu'elle se règle ainsi, pour un sable d'une finesse donnée, d'après la figure et les dimensions du vase au voisinage de l'orifice, *mais non*, *sensiblement*, *d'après la hauteur h du sable dans le vase*, tant que celle-ci reste un peu grande par rapport au diamètre de l'orifice. L'écoulement se trouve donc assez uniforme, pour que cet orifice débite des volumes de sable à très peu près proportionnels aux temps et susceptibles de les mesurer.

II. Il y a lieu, dès lors, de penser que nulle pression appréciable n'est exercée par la masse pulvérulente sur les *filets semi-fluides* du sable, à leur naissance un peu plus haut que l'orifice, ou, en d'autres termes, à la traversée de la surface inférieurement concave, en forme de calotte intérieure au vase avec contour appuyé sur le contour même de l'orifice, où les vitesses, insensibles *à l'amont*, cessent de l'être *à l'aval*. Car une telle pression intérieure, qui serait transmise sur la calotte, par la masse pulvérulente, aux grains de sable libérés, et leur imprimerait une vitesse *initiale* perceptible, ne pourrait qu'être en rapport de grandeur avec les pressions générales s'exerçant sur les couches inférieures mais encore étendues de cette masse, pressions de l'ordre des poids superposés ou des hauteurs h de charge.

Appelons σ, pour abréger, la calotte fixe en question, convexe vers le vase, au-dessus et autour de laquelle il y a équilibre-limite sans vitesses appréciables; et admettons que l'orifice, d'abord fermé, avec repos partout dans le vase et son goulot, soit ouvert à un moment donné. Cette surface σ deviendra évidemment, à l'instant où passage sera livré au sable sous-jacent, le siège de pressions décroissantes provoquant, dans les parties du vase qui entourent le goulot depuis et sous un certain plan horizontal fixe, l'établissement d'une série d'états d'équilibre où le poids des couches pulvérulentes supérieures à ce plan, poids représenté sur celui-ci par des pressions verticales p proportionnelles à h, sera transmis de plus en plus aux parois entourant la calotte et de moins en moins à la calotte même, de manière à la décharger tout à fait dès que l'écoulement est réglé.

Malheureusement, l'expression analytique de ces équilibres-limite doit excéder nos moyens d'intégration de leurs équations aux dérivées partielles; et il est difficile de savoir si quelqu'un de ces équilibres-limite permettrait à la pression sur σ de s'annuler tout à fait.

III. S'il en était un qui fût dans ce cas, il resterait utilisable pour des

hauteurs de charge h quelconques, ne dépassant pas toutefois les limites au-dessus desquelles se trouveraient modifiées les propriétés de la matière pulvérulente. En effet, le poids du sable entourant le goulot est insignifiant, eu égard à la grandeur des pressions $_p$ exercées sur le plan horizontal qui limite supérieurement la région considérée ici. On peut donc le négliger; ce qui rend homogènes les équations de l'équilibre-limite pour cette région, soit *indéfinies*, soit *définies* ou relatives tant aux parois, où il y a glissement, qu'à la calotte σ supposée sans aucune pression. Dès lors, elles ne cessent pas d'être satisfaites quand on accroît dans un même rapport, proportionnel à h, toutes les composantes des pressions exercées aux divers points (x, y, z), à commencer par celles, $_p$, existant à la base supérieure [1].

IV. Toutefois, l'impossibilité à la fois pratique et théorique, pour un *talus* sablonneux censé indéfini en longueur, de se soutenir sous des pentes supérieures au coefficient de frottement, rendrait fortement improbable l'existence d'un tel mode d'équilibre-limite, s'il s'agissait d'orifices d'un diamètre comme infini par rapport à celui des grains de sable. Mais il faut justement observer que, dans les sabliers, l'orifice et même la calotte σ qui le recouvre ne sont pas d'une étendue telle qu'il faille, pour les occuper, beaucoup de grains de sable; et l'on conçoit que ceux-ci, se présentant à la fois pour sortir, *s'arc-boutent* mutuellement, à la manière de voûtes capables, par leur résistance momentanée, de neutraliser la petite fraction, encore subsistante peut-être jusque-là, de la *poussée intérieure*. Ce rôle doit leur être puissamment facilité par le fait que les déformations de la masse sont, ici, *de révolution*, et non pas *planes* comme dans nos calculs; en sorte que les grains n'ont, pour se dégager, qu'*une* dimension sur *trois* (la dimension verticale) et non plus *une* sur *deux*. D'où une bien plus grande difficulté (de l'écoulement) qui suffirait peut-être, à elle seule, pour permettre l'annulation des pressions sur l'orifice, sans faire intervenir l'étroitesse de celui-ci.

Les grains de sable semblent donc ne devoir, à la surface σ, se détacher ou tomber, qu'*isolément* (en quelque sorte), faute d'un enduit léger pour les unir; et la petite vitesse sensible qui les anime à la traversée de l'orifice serait uniquement due à leur hauteur de chute depuis le point de σ d'où elles descendraient.

---

[1] On voit combien est marqué le contraste de l'écoulement du sable par un orifice avec l'écoulement d'un liquide et avec la loi de Torricelli régissant celui-ci.

V. Le raisonnement suivant permet de se rendre compte, presque sans calculs, de la différence profonde qui existe, à ce point de vue de la transmission des pressions, entre un fluide en équilibre, où la pression se transmet intégralement dans les sens horizontaux, malgré des parois verticales quelconques interposées, mais laissant toutefois subsister dans le milieu des *trajets de niveau* continus, et une masse sablonneuse où, au contraire, de telles parois verticales, même infiniment polies, permettent de réduire autant qu'on veut la pression.

Pour ne pas sortir du cas simple de déformations planes, imaginons une longue auge rectangulaire, à parois latérales infiniment polies, comme son fond horizontal; et, après avoir enlevé une de ses deux plus petites faces verticales, divisons-la par des cloisons également polies rectangulaires, parallèles à l'autre petite face, mais n'atteignant pas tout à fait le fond, en un certain nombre n d'auges partielles, dont chacune communiquera avec la suivante par l'orifice vertical de fond que présentera, sur toute la largeur, le bas de la cloison intermédiaire. Nous admettrons que le fond commun se prolonge encore un peu après le $n^{\text{ième}}$ orifice, de manière à y former, sur toute la largeur, un rebord extérieur horizontal, capable de porter une couche sablonneuse de faible épaisseur.

Cela posé, appelons h, h', h'', h''', ... les hauteurs uniformes de sable que nous déposerons dans ces auges respectives; et cherchons comment devront être réglées ces hauteurs, à part la première h qui sera arbitraire, pour que l'écoulement soit sur le point de s'y faire de la première auge à la la seconde, de la seconde à la troisième; et ainsi de suite, jusqu'à la $n^{\text{ième}}$ auge, où le sable intérieur sera, de même, tenu juste en équilibre par une épaisseur, $h^{(n)}$, de sable déposé contre le $n^{\text{ième}}$ orifice sur le prolongement extérieur du fond.

Les pressions verticales uniformes exercées, par unité d'aire, sur la plus basse couche sablonneuse de ces auges seront, évidemment, Πh pour la première, $\Pi h'$ pour la seconde, $\Pi h''$ pour la troisième, etc. Si donc nous considérons le prisme élémentaire (ou mince bouchon) de sable occupant, par exemple, le premier orifice, avec ses deux *bases matérielles* verticales d'*amont* et d'*aval*, légères couches superficielles pulvérulentes donnant respectivement dans la première et la seconde auges, et sollicitées (vu l'équilibre) par deux pressions horizontales F égales et contraires, qui sont *pressions principales* en corrélation avec Πh et $\Pi h'$ dans les deux auges, la première de ces bases tendra à sortir de la première auge et, la deuxième, à entrer dans la seconde.

La matière sablonneuse se trouvera donc, à l'arrière de la première base, localement dilatée suivant le sens horizontal, mais contractée verticalement; et le rapport

$$\frac{1-\sin\varphi}{1+\sin\varphi} = \operatorname{tang}^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) = a^2,$$

de la plus petite de ces pressions principales proprement dites, à la plus grande, sera celui de la force horizontale F à la force verticale Πh. On aura donc

$$F = \Pi h a^2.$$

Mais au contraire, la seconde base, qui tend à pénétrer dans la deuxième auge, y comprime localement devant elle le sable, qui se détend dès lors verticalement; en sorte que F y est la plus forte pression et $\Pi h'$ la plus faible, ou qu'on y a

$$F = \frac{\Pi h'}{a^2}.$$

Par suite, les deux valeurs de F, égalées, donnent

$$h' = a^4 h.$$

On aura de même, en considérant les orifices suivants et la tendance, qui s'y produit, à l'écoulement vers le dernier orifice,

$$h'' = a^4 h' = a^8 h, \qquad h''' = a^4 h'' = a^{12} h, \qquad \ldots, \qquad h^{(n)} = a^{4n} h.$$

Comme a est moindre que 1, les hauteurs successives de sable maintenant l'équilibre-limite tendent vers zéro et, pour n assez grand, une légère couche pulvérulente, obstruant le dernier orifice sur le rebord extérieur du fond, suffira pour empêcher partout l'écoulement.

Par exemple, s'il s'agit de sable ordinaire, où

$$\varphi = 34^\circ, \qquad a = \operatorname{tang} 28^\circ = 0,5317 \quad \text{et} \quad a^4 = 0,08 \text{ (environ)},$$

il suffira de deux auges ou deux orifices pour donner

$$a^{4n} = a^8 = 0,006388,$$

c'est-à-dire pas beaucoup plus qu'un demi-centième.

M. d'Arsonval s'exprime en ces termes :

Je dépose sur le bureau de l'Académie les *Comptes rendus du premier Congrès de l'Association internationale de Thalassothérapie*, qui s'est tenu à Cannes, en avril 1914.

Des deux Volumes qui composent cette publication, le premier, qui est exclusivement consacré aux *Rapports*, avait paru en 1914, quelques semaines à peine avant la déclaration de guerre; le second, qui comprend le compte rendu du Congrès, les communications et présentations faites aux séances et les discussions, n'a pu être achevé que récemment. Sa publication, interrompue par les événements, a rencontré les plus grandes difficultés qui n'ont été surmontées qu'au prix d'efforts et de sacrifices considérables.

Ce qui fait d'abord le grand intérêt de ce Congrès, c'est que, conformémément à un principe adopté par ses organisateurs, il a été consacré exclusivement à l'étude d'une seule et unique question : l'*Héliothérapie marine*.

De là est résulté que les *Rapports seuls* qui, au nombre de 15, ont donné lieu déjà à la publication d'un Volume de plus de 600 pages, constituent une véritable mise au point de cette branche si importante de la Thérapeutique par les agents physiques.

Confiés, en effet, aux savants et aux médecins les plus qualifiés pour ces sortes d'études, ils contiennent l'exposé le plus complet qui ait été fait jusqu'ici de nos connaissances sur *la nature des radiations solaires au niveau de la mer et les moyens de la mesurer, l'actinométrie dans ses rapports avec l'héliothérapie et la climatologie marines, la climatologie du littoral méditerranéen français dans ses rapports avec l'héliothérapie; la biologie de l'Héliothérapie; la posologie de l'Héliothérapie marine, ses applications dans le traitement des tuberculoses chirurgicales, des tuberculoses abdominales, génito-urinaires, adénomédiastines, pleuropulmonaires, cutanées et dans le traitement des affections chirurgicales et médicales non tuberculeuses.*

Les communications et discussions publiées dans le second Volume ajoutent à ces travaux l'appoint des observations et des expériences individuelles recueillies en France et à l'étranger par la plupart des hommes qui se sont occupés le plus directement de ces questions.

Malgré les quatre années écoulées depuis le Congrès de Cannes, nous pouvons considérer l'ensemble des travaux auxquels il a donné lieu comme représentant complètement, non seulement en 1914, mais encore aujourd'hui, l'état de nos connaissances relativement à l'*Héliothérapie marine*;

nous ajouterons même qu'il a apporté une participation importante, et peut-être la plus importante de toutes, aux progrès de l'*Héliothérapie en général.*

A un autre point de vue, au point de vue français, le Congrès de Cannes, bien qu'il fût *international*, a présenté un intérêt particulier, mais non moins considérable, que doublent à nos yeux les événements qui se sont accomplis depuis 1914.

Les *Congrès de Thalassothérapie*, en effet, œuvre essentiellement française d'origine et désintéressée au profit de la Science, avaient, quelques années avant la guerre, été dépouillés de leur caractère et détournés de leur but véritable par les Allemands qui, non contents de les enlever à notre pays, en avaient fait une entreprise de germanisation scientifique et surtout de réclame en faveur de leurs stations marines.

Organisé en moins d'une année, par un Comité international désireux de marquer son indépendance vis-à-vis de nos adversaires, le Congrès de Cannes, par son succès qui a dépassé toutes les espérances, a été la plus éloquente protestation, et une des premières assurément, contre la prétention de l'Allemagne à étendre son hégémonie sur une des branches les plus pacifiques de l'activité humaine.

M. Yves Delage présente un Volume qui vient de paraître de l'*Année biologique* [1]. Ce Volume, relatif à la littérature de 1916, est le vingt et unième de la série, et par là s'affirme la solidité de cette publication. Ce résultat est intéressant en présence des efforts faits dans les pays de langue allemande pour accaparer le monopole de ce genre de publications. Ce Tome est un peu moins volumineux que les précédents, non parce que la matière a été moins fouillée, mais par suite de la réduction des travaux originaux pendant la troisième année de guerre.

Le programme de cette publication est de présenter non pas des analyses intégrales de tous les travaux de Zoologie, de Botanique, de Physiologie, d'Embryogénie, etc., pour lesquels il existe des périodiques spéciaux, mais, laissant de côté les faits purement descriptifs, de sélectionner dans les publications relatives à tous ces ordres de sciences tout ce qui intéresse la Biologie générale et en particulier tout ce qui vise, directement ou indirectement, l'explication des phénomènes.

---

[1] Édité chez Lhomme, 3, rue Corneille, Paris.

Rien mieux que la liste des vingt Chapitres ne saurait donner une idée de l'ampleur et de l'étendue de ce programme :

1. La cellule; 2. Les produits sexuels et la fécondation; 3. La parthénogénèse; 4. La reproduction asexuelle; 5. L'ontogénèse; 6. La tératogénèse; 7. La régénération; 8. La greffe; 9. Le sexe et les caractères sexuels secondaires; le polymorphisme ergatogénique; 10. Le polymorphisme métagénique, la métamorphose et l'alternance des générations; 11. La corrélation; 12. La mort. Le plasma germinatif; 13. Morphologie générale et Chimie biologique; 14. Physiologie générale; 15. L'hérédité; 16. La variation; 17. L'origine des espèces et de leurs caractères; 18. La distribution géographique des êtres; 19. Système nerveux et fonctions mentales; 20. Théories générales. Généralités.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section d'Économie rurale, en remplacement de M. *Heckel*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 31,

M. G. Neumann obtient . . . . 28 suffrages
M. Trabut » . . . . 2 »
M. Fabre » . . . . 1 suffrage

M. G. Neumann, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, en remplacement de M. *Yung*, décédé.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 30,

M. A. Lameere obtient . . . . 28 suffrages
M. Wilson » . . . . 2 »

M. Lameere, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

RAPPORTS.

Rapport sommaire de la Commission de Mécanique,
par M. **P. Appell.**

La Commission de Mécanique a reçu une Note de MM. B. Jekhowsky et J.-H. Delattre, intitulée : *Sur une méthode rapide et suffisamment précise pour le calcul de la puissance absorbée* P_m, *de la puissance utile* P_u *et du rendement des hélices.* (Séance du 6 mai 1918.)

CORRESPONDANCE.

M. **Marcel Deprez** adresse un rapport sur les recherches qu'il a poursuivies à l'aide de la subvention qui lui a été accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1915.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la correspondance :

Le fascicule XV des *Études de Lépidoptérologie comparée*, par Charles Oberthür. (Présenté par M. E.-L. Bouvier.)

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines équations de Fredholm singulières de première espèce.* Note (¹) de M. **Henri Villat.**

On connaît les propriétés des deux équations intégrales

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} f(x) &= -\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{g(y)\,dy}{\operatorname{tang}\dfrac{x-y}{2}} + C_1,\\ g(y) &= \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{f(z)\,dz}{\operatorname{tang}\dfrac{y-z}{2}} + C_2,\end{aligned}\right.$$

(¹) Séance du 3 juin 1918.

dans lesquelles les seconds membres doivent être entendus comme égaux à leurs valeurs principales au sens de Cauchy. Henri Poincaré a tiré de la première de ces équations d'importants résultats (*Comptes rendus*, t. 96, p. 1134); plus récemment M. Fatou, dans sa thèse (*Acta mathematica*, 1906, p. 335), a précisé à ce sujet divers points essentiels, et j'ai aussi étudié ces équations (*Acta mathematica*, t. 40, 1916, p. 108).

Je considérerai maintenant les deux équations

$$(2)\quad f(x)=\frac{i}{\pi}\int_0^{\frac{\omega_3}{2i}} g(y)\Big\{-\zeta(ix-iy)-\zeta(ix+iy)+\zeta_1(ix-iy)+\zeta_1(ix+iy) \\ -\zeta_2(ix-iy)-\zeta_2(ix+iy)+\zeta_3(ix-iy)+\zeta_3(ix+iy)\Big\}\,dy,$$

$$(3)\quad g(y)=-\frac{i}{\pi}\int_0^{\frac{\omega_3}{2i}} f(z)\Big\{-\zeta(iy-iz)+\zeta(iy+iz)-\zeta_1(iy-iz)+\zeta_1(iy+iz) \\ +\zeta_2(iy-iz)-\zeta_2(iy+iz)+\zeta_3(iy-iz)-\zeta_3(iy+iz)\Big\}\,dz,$$

dans lesquelles les fonctions ζ, ζ_1, ζ_2, ζ_3 sont les fonctions elliptiques construites avec les périodes $2\omega_1$, $2\omega_3$. Ces deux équations, *où il n'intervient nulle constante additive*, et où il faut envisager les seconds membres comme remplacés par leurs valeurs principales, sont réciproques et *donnent la solution l'une de l'autre*, ce qui n'était pas entièrement le cas pour les équations (1), à cause de la présence des constantes C_1 et C_2. Comme les équations (1), ces dernières sont des équations de Fredholm, de première espèce, mais singulières, les noyaux devenant infinis comme $\frac{1}{x-y}$ ou $\frac{1}{y-z}$ pour $y=x$ ou $z=y$ respectivement.

Chacune de ces équations ne peut admettre, par rapport à la fonction qui entre sous le signe intégral, qu'une seule solution au plus. Pour prouver que (3) par exemple donne la solution de (2), transportons la valeur de $g(y)$ dans l'équation (2), après avoir isolé dans les intervalles d'intégration les deux petits intervalles partiels $x-\varepsilon$, $x+\varepsilon$, concernant l'équation (2) et $y-\eta$, $y+\eta$, concernant l'équation (3). On est ainsi conduit à considérer l'expression

$$(4)\qquad \frac{1}{\pi^2}\lim_{\varepsilon,\eta\to 0}\int_0^{y-\eta}+\int_{y+\eta}^{\frac{\omega_3}{2i}} f(z)\,dz\left[\int_0^{x-\varepsilon}+\int_{x+\varepsilon}^{\frac{\omega_3}{2i}} U(iy)\,dy\right]$$

en posant

$$U(t)=\begin{bmatrix}-\zeta(ix-t)-\zeta(ix+t)+\zeta_1(ix-t)+\zeta_1(ix+t)\\ -\zeta_2(ix-t)-\zeta_2(ix+t)+\zeta_3(ix-t)+\zeta_3(ix+t)\end{bmatrix} \\ \times\begin{bmatrix}-\zeta(t-iz)+\zeta(t+iz)-\zeta_1(t-iz)+\zeta_1(t+iz)\\ +\zeta_2(t-iz)-\zeta_2(t+iz)+\zeta_3(t-iz)-\zeta_3(t+iz)\end{bmatrix}.$$

Or $U(t)$ est une fonction doublement périodique, aux périodes $2\omega_1$, $2\omega_3$. Dans le rectangle fondamental construit sur ces deux périodes (ou plutôt dans le rectangle déduit de celui-ci par une légère translation qui amène l'origine à l'intérieur) elle admet, tant qu'on suppose $z \neq x$, 16 pôles simples dont les résidus sont 8 par 8 égaux, au signe près, aux nombres

$$\begin{aligned}\rho_1 = &-\zeta(ix-iz)+\zeta(ix+iz)-\zeta_1(ix-iz)+\zeta_1(ix+iz)\\ &+\zeta_2(ix-iz)-\zeta_2(ix+iz)+\zeta_3(ix-iz)-\zeta_3(ix+iz),\\ \rho_2 = &\ \ \zeta(ix-iz)+\zeta(ix+iz)-\zeta_1(ix-iz)-\zeta_1(ix+iz)\\ &+\zeta_2(ix-iz)+\zeta_2(ix+iz)-\zeta_3(ix-iz)-\zeta_3(ix+iz).\end{aligned}$$

On peut faire voir que la quantité

$$\int_0^{x-\varepsilon} + \int_{x+\varepsilon}^{\frac{\omega_3}{2i}} U(iy)\,dy$$

est égale à

$$\begin{aligned}V(x,z) = &-i\rho_1 \log \frac{\sigma(2ix+i\varepsilon)\,\sigma_1(2ix-i\varepsilon)\,\sigma_2(2ix-i\varepsilon)\,\sigma_3(2ix+i\varepsilon)}{\sigma(2ix-i\varepsilon)\,\sigma_1(2ix+i\varepsilon)\,\sigma_2(2ix+i\varepsilon)\,\sigma_3(2ix-i\varepsilon)}\\ &-i\rho_2 \log \frac{\left\{\begin{array}{l}\sigma(-ix+iz+i\varepsilon)\,\sigma_1(ix+iz-i\varepsilon)\,\sigma_2(ix+iz-i\varepsilon)\,\sigma_3(ix-iz-i\varepsilon)\\ \times\sigma(ix+iz+i\varepsilon)\,\sigma_1(ix-iz+i\varepsilon)\,\sigma_2(ix-iz+i\varepsilon)\,\sigma_3(ix+iz+i\varepsilon)\end{array}\right\}}{\left\{\begin{array}{l}\sigma(ix-iz+i\varepsilon)\,\sigma_1(ix-iz-i\varepsilon)\,\sigma_2(ix-iz-i\varepsilon)\,\sigma_3(ix+iz-i\varepsilon)\\ \times\sigma(ix+iz-i\varepsilon)\,\sigma_1(ix+iz+i\varepsilon)\,\sigma_2(ix+iz+i\varepsilon)\,\sigma_3(ix-iz+i\varepsilon)\end{array}\right\}}.\end{aligned}$$

En transportant dans (4) on voit que la valeur $z=y$ n'introduit plus aucune difficulté, mais il faut au contraire isoler la valeur $z=x$, pour laquelle le calcul précédent n'est plus valable. On est ainsi ramené à l'étude de l'expression

$$\lim_{\varepsilon=0} \int_0^{x-\varepsilon} + \int_{x+\varepsilon}^{\frac{\omega_3}{2i}} V(x,z)\,f(z)\,dz.$$

Ainsi préparée, la démonstration de la formule voulue reste encore délicate, car on se trouve ramené à une intégrale singulière, pour laquelle un seul élément donne la valeur de l'intégrale à la limite; *or cet élément est précisément celui qui correspond à $z=x$, valeur pour laquelle les calculs ci-dessus n'ont plus de sens*. On lève la difficulté en utilisant un artifice employé par M. E. Picard (*Annales de l'École Normale*, 1911, p. 459) à propos des équations intégrales de troisième espèce, qui, malgré des différences essentielles, ne sont pas sans présenter quelques analogies avec celles qui nous occupent.

Parmi les applications que j'ai été conduit à faire du théorème précédent, je citerai l'équation suivante en $g(y)$, rencontrée dans un problème de Physique mathématique :

$$(5)\quad \int_0^{\frac{\omega_3}{2i}} g(y)\begin{bmatrix} \zeta(ix-iy)+\zeta(ix+iy)-\zeta_1(ix-iy)-\zeta_1(ix+iy) \\ +\zeta_2(ix-iy)+\zeta_2(ix+iy)-\zeta_3(ix-iy)-\zeta_3(ix+iy)\end{bmatrix}dy$$
$$=\frac{1}{2}\int_0^{\omega_1} h(z)\begin{bmatrix} \zeta(ix-z)+\zeta(ix+z)-\zeta_1(ix-z)-\zeta_1(ix+z) \\ +\zeta_2(ix-z)+\zeta_2(ix+z)-\zeta_3(ix-z)-\zeta_3(ix+z)\end{bmatrix}dz-i\pi^2,$$

et qui se ramène à l'équation (2). Dans un cas étendu on peut mettre la solution de (5) sous la forme

$$g(x)=\frac{2\pi}{\omega_1}\left(x-\frac{\omega_3}{2i}\right)$$
$$+\frac{2}{\pi}\int_0^{\omega_1}\left[h(z)-\frac{2\pi}{\omega_1}\left(z-\frac{\omega_3}{2i}\right)\right]$$
$$\times\begin{bmatrix} \zeta(ix-z)-\zeta(ix+z)+\zeta_1(ix-z)-\zeta_1(ix+z) \\ -\zeta_2(ix-z)+\zeta_2(ix+z)-\zeta_3(ix-z)+\zeta_3(ix+z)\end{bmatrix}dz.$$

Cette transformation peut être rattachée à la question suivante : la fonction donnée $h(z)$ et la fonction $g(y)$ qui en résulte satisfont-elles à la condition transcendante

$$\int_0^{\omega_1} du\, e^{\left\{\begin{matrix} -\frac{1}{\pi}\int_0^{\omega_1} h(z)\left[\zeta\left(u-z+\frac{\omega_3}{2}\right)-\zeta\left(u-z-\frac{\omega_3}{2}\right)-\zeta_3\left(u-z+\frac{\omega_3}{2}\right)+\zeta_3\left(u-z-\frac{\omega_3}{2}\right)\right]dz \\ -\frac{1}{\pi}\int_0^{\frac{\omega_3}{2i}} g(z)\left[\zeta\left(u-iz+\frac{\omega_3}{2}\right)-\zeta\left(u+iz-\frac{\omega_3}{2}\right)-\zeta_1\left(u-iz+\frac{\omega_3}{2}\right)+\zeta_1\left(u+iz-\frac{\omega_3}{2}\right)\right. \\ \left.+\zeta_2\left(u-iz+\frac{\omega_3}{2}\right)-\zeta_2\left(u+iz-\frac{\omega_3}{2}\right)-\zeta_3\left(u-iz+\frac{\omega_3}{2}\right)+\zeta_3\left(u+iz-\frac{\omega_3}{2}\right)\right]dz\end{matrix}\right\}}=0.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Démonstration du théorème d'après lequel tout ensemble peut être bien ordonné.* Note de M. **Philip-E.-B. Jourdain**.

Dans ma « démonstration du théorème d'après lequel tout ensemble peut être bien ordonné » (*Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 520-523) j'ai fait reposer la démonstration du théorème dont il s'agit sur ce fait (p. 522), « qu'il n'est pas vrai que, étant donné un nombre ordinal γ aussi grand qu'on veut, une chaîne quelconque de M et une série quelconque

de continuations directes de cette chaîne sont toujours telles qu'il y a, dans la chaîne définie par cette série, un segment de type γ ». « Et une série S_K de continuations directes d'une chaîne (K) de M est une série de *toutes les continuations possibles* (dont K est un segment) de K telle que, si K′ (de type γ') est un membre de cette série S_K, tous les membres de S_K qui sont des types moindres que γ' sont des segments de K′ ».

Il convient maintenant de nommer « série *complète* de continuations directes » toute série de l'espèce que j'ai nommée ci-dessus « série de continuations directes ». Une « série de continuations directes » n'est pas nécessairement (dans la présente Note) une série *complète*, c'est-à-dire telle que, de toutes les chaînes de M, il n'y en a pas une qui soit une continuation de tous les membres de ladite série. S'il y a une telle chaîne, naturellement elle est en dehors de ladite série.

Si les membres d'une série sont des chaînes dont l'ensemble donne tous les types moindres que le nombre ordinal γ, on ne peut pas conclure, en général, que la série a un membre du type γ. Mais si la série est une série de continuations directes, on peut évidemment faire cette conclusion si γ n'a pas un prédécesseur immédiat.

On peut penser qu'on obtient toutes les séries complètes de continuations directes en négligeant toutes les chaînes de M qui sont des segments d'autres chaînes de M. Ceci est vrai, mais pour rendre évident qu'il y a actuellement de telles séries complètes, on se servira de la méthode suivante, qui apprend de construire avec les chaînes de M, d'une marche toute définie et uniforme et sans en négliger aucune, des séries complètes de continuations directes.

A cet effet, employons l'induction mathématique généralisée; démontrons qu'on peut former des séries de continuations directes avec les chaînes de M des types 1 et 2, et, si l'on peut procéder ainsi pour toutes les chaînes de M des types moindres que α, où α est un nombre ordinal quelconque fini ou transfini, qu'on peut le faire aussi pour les chaînes de M (s'il y en a) du type α.

Prenons toutes les chaînes de M dont les types sont 1 et formons-en une classe u_1 de série, dont chacune a comme seul membre une de ces chaînes. Avec chacune de ces chaînes de type 1 rangeons, pour le moment, toutes les chaînes de M qui sont à la fois de type 2 et telles que cette chaîne de type 1 en est segment. Imaginons qu'on met une chaîne identique avec cette chaîne de type 1 dans une même série que chacune des chaînes de type 2 ci-dessus mentionnées. Si l'on fait ainsi pour toutes les chaînes de M des

types 1 et 2, on obtient une classe u_2 telle que, si x est un membre de u_2, x est une série de continuations directes dont ces chaînes sont des types 1 et 2.

Supposons qu'on a rangé les chaînes de M dont les types sont tous les nombres ordinaux moindres que α, où α a un prédécesseur immédiat $\alpha - 1$, dans des séries de continuations directes; la classe $u_{\alpha-1}$ de ces classes étant telle que, si x est un membre de $u_{\alpha-1}$, x est une série de continuations directes des types $1, 2, \ldots, \alpha - 1$. Des chaînes de M de type α (s'il y en a), mettons dans chaque x toutes celles qui continuent toutes celles de x. Imaginons des classes identiques à x de sorte que chacune de ces dernières chaînes de M de type α forme, avec sa propre série identique à x, une série de continuations directes des types $1, 2, \ldots, \alpha$. Nous dénotons par u_α la classe de toutes ces séries. Notons que nous ne choisissons pas, par un usage plus ou moins explicite de l'axiome de M. Zermelo, un membre *spécial* de $u_{\alpha-1}$ ou une classe *spéciale* identique à $u_{\alpha-1}$. En effet, tous les membres de $u_{\alpha-1}$ sont traités de la même façon, et, quoique nous parlons de plusieurs chaînes identiques, nous ne faisons ainsi que pour ce que me semble facilité de visualisation.

Si α n'a pas un prédécesseur immédiat, nous pouvons évidemment former une chaîne de type α avec une série de continuations directes de tous les types moindres que α. La conclusion ne vaut pas évidemment, si l'on n'emploie pas l'axiome de M. Zermelo, si la série des chaînes de tous les types moindres que α n'est pas de continuations directes.

Nous pouvons maintenant démontrer, par le raisonnement donné dans ma Communication antérieure, que, étant donné un nombre ordinal γ aussi grand qu'on veut, une série complète quelconque de continuations directes est toujours telle qu'il y a, dans la chaîne définie par cette série, un segment du type γ.

En somme, j'ai démontré qu'on peut former, d'une manière uniquement définie par la classe de toutes les chaînes de M, une chaîne qui épuise M. Cette classe a évidemment des membres, si seulement M n'est pas nul; mais que cette classe a des membres qui épuisent M n'est pas présupposé ici, mais démontré.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les séries de Dirichlet.*
Note de M. E. Cahen, présentée par M. Hadamard.

On connaît l'importance, dans la théorie des nombres, des théorèmes suivants relatifs aux séries de Dirichlet $\sum_1^\infty \frac{a_n}{n^s}$:

Supposons $\sum_1^\infty \frac{a_n}{n^s}$ *convergente pour* $s > 1$. *Soit* $\sum^n a_n = A_n$. *Supposons que* s *tende vers* 1 *par valeurs réelles* > 1. *Alors*

$$\overline{\lim_{s\to 1}}\,(s-1)\sum_1^\infty \frac{a_n}{n^s} \leqq \overline{\lim_{n\to\infty}}\,\frac{A_n}{n},$$

$$\underline{\lim_{s\to 1}}\,(s-1)\sum_1^\infty \frac{a_n}{n^s} \geqq \underline{\lim_{n\to\infty}}\,\frac{A_n}{n}.$$

Si $\frac{A_n}{n}$ *a une limite* l, *la série est convergente pour* $s > 1$, *et l'on a*

$$\lim_{s\to 1}(s-1)\sum_1^\infty \frac{a_n}{n^s} = l.$$

En particulier, $\lim_{s\to 1}(s-1)\zeta(s) = 1$. Ce cas particulier s'établit directement et sert à traiter le cas général.

J'ai cherché à étendre ceci aux séries générales de Dirichlet

$$\sum_1^\infty \frac{a_n}{\mu_n^s} \qquad (0 < \mu_1 < \mu_2 < \ldots,\ \mu_\infty = \infty).$$

Dans tout ce qui suit s ne prend que des valeurs réelles > 1.

La série qui remplace $\sum_1^\infty \frac{1}{n^s}$ est $\sum_1^\infty \frac{\mu_n - \mu_{n-1}}{\mu_n^s}$ $(\mu_0 = 0)$.

L'abscisse de convergence de cette série est égale à 1. En effet, pour $\sum_1^\infty \frac{a_n}{\mu_n^s}$, l'abscisse de convergence est $\overline{\lim_{n\to\infty}}\,\frac{\log\left|\sum_1^n a_n\right|}{\log \mu_n}$, lorsque cette limite est positive. Or, ici, elle est égale à 1.

On peut voir de plus que la série est divergente pour $s = 1$. En effet, elle s'écrit dans ce cas $\sum\left(1 - \frac{\mu_{n-1}}{\mu_n}\right)$. Posons $1 - \frac{\mu_{n-1}}{\mu_n} = u_n$, on a

$$\frac{\mu_1}{\mu_n} = \prod_2^n (1 - u_n).$$

Puisque μ_n croît indéfiniment avec n, le produit $\prod_2^\infty (1 - u_n)$ est égal à zéro. Donc la série $\sum u_n$ est divergente.

Il faut voir ensuite si $(s-1)\sum_1^\infty \frac{\mu_n - \mu_{n-1}}{\mu_n^s}$ a une limite L lorsque s tend vers 1. On a les résultats suivants :

1°
$$\lim_{s \to 1} (s-1)\sum_1^\infty \frac{\mu_n - \mu_{n-1}}{\mu_n^s} \geqq 0,$$

évident, car l'expression est > 0;

2°
$$\overline{\lim_{s \to 1}} (s-1)\sum_1^\infty \frac{\mu_n - \mu_{n-1}}{\mu_n^s} \leqq 1.$$

En effet

$$\sum_2 \frac{\mu_n - \mu_{n-1}}{\mu_n^s} < \int_{\mu_1}^\infty \frac{dx}{x^s} = \frac{1}{(s-1)\mu_1^{s-1}}.$$

Donc

$$(s-1)\sum_1^\infty \frac{\mu_n - \mu_{n-1}}{\mu_n^s} < \frac{s-1}{\mu_1^s} + \frac{1}{\mu_1^{s-1}}.$$

Le second membre tend vers 1 lorsque s tend vers 1.

Ainsi la limite L, si elle existe, est entre 0 et 1, limites incluses.

Mais cette limite existe-t-elle ? Je démontre qu'il en est ainsi lorsque μ_n est un polynome entier en n; plus généralement lorsque la série $\sum \frac{(\mu_n - \mu_{n-1})^2}{\mu_n \mu_{n-1}}$ est convergente.

Pour $\mu_n = a^n$, $a > 1$ (cas de la série de Maclaurin), L existe et peut, suivant les valeurs de a, prendre toute valeur entre 0 et 1.

Je n'ai pu décider si $(s-1)\sum \frac{\mu_n - \mu_{n-1}}{\mu_n^s}$ a toujours une limite quelle que soit la loi de croissance des μ_n. Mais on voit que cette circonstance se présente dans des cas assez étendus.

Ceci posé on a les théorèmes suivants, généralisations de ceux rappelés au commencement de cet article :

Supposons $\sum_1^\infty \frac{a_n}{\mu_n^s}$ *convergente pour* $s > 1$. *Alors*

$$\overline{\lim_{s\to 1}}\,(s-1)\sum_1^\infty \frac{a_n}{\mu_n^s} \leqq \overline{\lim_{s\to 1}}\,(s-1)\sum_1^\infty \frac{\mu_n-\mu_{n-1}}{\mu_n^s}\,\overline{\lim_{n\to\infty}}\,\frac{A_n}{\mu_n},$$

$$\underline{\lim_{s\to 1}}\,(s-1)\sum_1^\infty \frac{a_n}{\mu_n^s} \leqq \underline{\lim_{s\to 1}}\,(s-1)\sum_1^\infty \frac{\mu_n-\mu_{n-1}}{\mu_n^s}\,\underline{\lim_{n\to\infty}}\,\frac{A_n}{\mu_n}.$$

Si $\frac{A_n}{\mu_n}$ *a une limite* l, *la série* $\sum_1^\infty \frac{a_n}{\mu_n^s}$ *est convergente pour* $s > 1$. *Si de plus* $(s>1)\sum_1^\infty \frac{\mu_n-\mu_{n-1}}{\mu_n^s}$ *a une limite* a, *alors*

$$\lim_{s\to 1}\,(s-1)\sum_1^\infty \frac{a_n}{\mu_n^s} = al.$$

Si l'on revient à la limite de $(s-1)\sum_1^\infty \frac{\mu_n-\mu_{n-1}}{\mu_n^s}$ on voit que cette limite dépend de la loi de croissance des μ_n. Pour les μ_n croissant plus vite ou moins vite qu'une exponentielle il faudrait, pour établir des distinctions, avoir recours à d'autres expressions que $(s-1)\sum_1^\infty \frac{\mu_n-\mu_{n-1}}{\mu_n^s}$, par exemple $(s-1)^\alpha \sum_1^\infty \frac{\mu_n-\mu_{n-1}}{\mu_n^s}$.

MÉCANIQUE. — *Étude théorique et expérimentale sur les aubages de turbines*, Note [1] de M. **Poincet**, présentée par M. Bertin.

Après avoir montré par quelques exemples empruntés à la technique courante des turbines à vapeur le rôle considérable des pertes dans les

---

(1) Séance du 3 juin 1918.

aubages récepteurs, j'ai étudié théoriquement l'influence des différents facteurs qui paraissent influer sur ces pertes.

J'ai ensuite exécuté les vérifications expérimentales nécessaires pour confirmer les formules proposées dans la première partie de mon étude.

Les conclusions qui se dégagent de cet ensemble sont :

1° *Frottements sur les parois; vitesse de la vapeur; surchauffe; jeux entre aubages.* Tous ces facteurs n'ont qu'une influence très faible.

2° Au contraire les éléments ci-après influent notablement sur les pertes ou le fonctionnement des aubages. Ce sont :

a. La *largeur du secteur d'injection :* Les pertes augmentent très vite dès que cette dimension descend au-dessous de 3 à 5 fois le pas de l'ailetage.

b. La *hauteur des aubes :* Les pertes augmentent très vite dès que cet élément est inférieur à 2,5 fois le pas environ.

c. Forme du canal de l'aubage : Même en supposant des aubages d'action, la veine de vapeur n'en subit pas moins une compression importante au cours de sa traversée de l'aubage, et par suite sa section droite varie. Il est à supposer que le vide qui peut exister entre la veine et la paroi est rempli de tourbillons dissipateurs d'énergie. J'ai vérifié expérimentalement qu'en donnant au canal une section variable, on peut diminuer très sensiblement les pertes.

d. Angle d'attaque : L'expérience vérifie que la perte à l'entrée des aubages due à l'angle d'attaque a pour valeur principale relative le carré du sinus de cet angle, conformément au théorème des quantités de mouvement.

Elle montre en outre que la valeur absolue de cet angle peut modifier profondément le régime d'écoulement, dans le cas d'aubages placés à la suite les uns des autres, comme c'est le cas pour les étages des turbines à plusieurs chutes de vitesse.

Dès que l'angle d'attaque dépasse 10° à 15°, il devient impossible de réaliser un régime d'écoulement par *action*. Les premiers aubages rencontrés par le fluide à la sortie des distributeurs travaillent alors en diffuseurs et les derniers en détendeurs.

Je crois pouvoir assimiler le fonctionnement complexe de l'ensemble à celui d'une tuyère convergente-divergente à portion divergente prolongée, pour lesquelles des expériences classiques ont mis en évidence des phénomènes analogues.

L'ensemble de ce travail peut constituer à la technique des turbines à

vapeur une contribution intéressante. La documentation sur ce sujet est en effet restreinte, les constructeurs étant portés tout naturellement à ne pas publier les recherches qu'ils ont pu entreprendre dans cette voie.

Au moment où les plus grands efforts sont faits pour la construction des bâtiments de commerce, et où la turbine à engrenages est appelée à de nombreuses applications pour l'équipement rapide de ces bâtiments, une pareille étude, qui vise surtout à simplifier les machines en réalisant le même coefficient économique avec un nombre d'étages très réduit, présente un caractère tout particulier d'actualité.

ASTRONOMIE. — *Observations de la Nova de l'Aigle.* Note de M. Camille Flammarion.

Les observations faites à Cherbourg par Mlle Renaudot et par moi, depuis le 8 juin, indiquent des variations considérables dans la lumière et la coloration de cette étoile.

Le 8, au soir, nous ne l'avions aperçue que par surprise, dans une éclaircie qui n'a pas duré assez longtemps pour nous permettre de déterminer ni sa position ni son éclat précis. Les comparaisons avec d'autres étoiles étaient impossibles. Elle paraissait de première grandeur.

Le 9, à $21^h 30^m$ (t. m. G.), par une transparence atmosphérique satisfaisante, nous avons constaté que l'étoile inconnue était beaucoup plus brillante que Véga, dont la grandeur est estimée 0,14, et pouvait être évaluée à — 0,50. *Blancheur éclatante ;* radiation d'aspect électrique; forte scintillation.

Le 10, ciel couvert pendant toute la nuit.

Le 11, ciel couvert durant la soirée.

Le 12, à 1^h (t. m. G.), l'étoile se montrait sensiblement affaiblie, descendue au-dessous de Véga, et presque égale à Altaïr (0,88).

Le 13, à 22^h (t. m. G.), sa décroissance l'avait amenée au-dessous d'Altaïr ; elle était sensiblement égale à l'Épi de la Vierge (1,20) ; coloration blanc terne, nuance étain, tirant sur le jaune, moins jaune qu'Antarès et moins blanche que l'Épi.

Le 14, couvert et pluie.

Le 15, à 1^h (t. m. G.), l'éclat et la couleur ne diffèrent pas de l'état de la veille.

Le même jour, à 23^h (t. m. G.), la Nova est terne et de teinte plombée de 2e grandeur, à peu près égale à γ Grande Ourse (1,95), plus faible que ε (1,68) et que η (1,91), un peu supérieure à ζ (2,09) et β (2,44). Aucune scintillation.

ASTRONOMIE. — *Premières observations de la Nova Ophiuchi.* Note de M. **Luizet**, présentée par M. B. Baillaud.

Le 8 juin à 8 *heures* 40 *minutes*, t. m. Greenwich, j'ai constaté, et fait remarquer à quelques personnes, une étoile brillante nouvelle, dans la région ESE, à quelques degrés de l'horizon. A ce moment, le crépuscule ne laissait voir que quelques étoiles brillantes dans cette partie du ciel : Véga, α Cygne, α Ophiuchus, etc. ; on soupçonnait la présence de ζ Aigle ($3^m,0$) et Altaïr n'était pas encore visible. Il y avait, d'ailleurs, à l'Est une brume assez forte, surtout près de l'horizon.

La Nova avait alors un éclat que j'ai estimé $\frac{1}{2}$ (α Cygne — α Ophiuchus), c'est-à-dire $1^m,7$. Mais pour tenir compte grossièrement de l'influence de la brume et de l'absorption atmosphérique, j'ai indiqué la grandeur $1^m,5$ dans la dépêche signalant la découverte.

Voici les observations de l'éclat de cette Nova que j'ai faites jusqu'ici par rapport aux étoiles Véga, Acturus, Altaïr, Épi de la Vierge, Antarès, α Cygne et α Ophiuchus. Les éclats adoptés pour ces étoiles de comparaison sont ceux de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes*.

1918.	Temps moyen de Greenwich.		
	h m	m	
Juin 8	8.40	1,7	Brumes, crépuscule
8	10.15	1,5	Brumes
8	10.45	1,4	
8	11.20	1,3	
8	12.20	1,1	
9	9.20	0,7	
9	9.35	0,4	Ciel se couvre
12	9.20	0,7	
12	9.50	0,65	
12	11.15	0,75	
12	12. 5	0,8	
13	9.30	1,1	
13	9.52	1,2	
13	10.13	1,3	
13	11. 0	1,2	
14	10. 0	1,4	Cirrus
14	10.40	1,4	

Les 12 et 13 juin j'ai rapporté la position de la Nova à celle de l'étoile voisine 4023 B. D. + 0°, = A. G. Nicolajew, 1875,0 n° 4685 (8^m,5); j'ai obtenu :

	Temps moyen de Greenwich.	α.	δ.
Juin 12...........	$10^h 58^m 16^s$	$18^h 44^m 47^s,09$	$+0° 29' 34'',2$
13...........	$9^h 7^m 25^s$	$18^h 44^m 47^s,20$	$+0° 29' 34'',2$

Cette position, reportée sur l'Atlas de Dien après l'avoir ramenée à 1860, place la Nova dans la constellation d'*Ophiuchus*, très près de l'Aigle.

A l'œil nu, la nouvelle étoile est blanche, légèrement jaunâtre, et elle scintille davantage qu'Altaïr. Dans l'équatorial coudé elle a l'aspect de la flamme d'une torche, ce qui rend les mesures micrométriques difficiles et peu précises.

J'ajouterai que la veille, le 7 juin entre 10^h et 11^h, j'ai observé à la jumelle les étoiles variables R Ecu, Y Ophiuchus, U Aigle, RX Hercule, U Ophiuchus, U Petit Renard qui sont tout autour de la nouvelle étoile, et que je n'ai rien remarqué d'anormal.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Chaleur de formation des borates de calcium anhydres.* Note de M. R. Griveau, présentée par M. H. Le Chatelier.

La constitution des différents borates métalliques a donné lieu à de nombreuses recherches. D'après M. Le Chatelier [1] les seuls borates métalliques dont la composition doive être considérée comme établie correspondent à l'un des quatre types suivants : $B^2O^3.3MO$; $B^2O^3.2MO$; $B^2O^3.MO$; $B^2O^3.0,5MO$.

D'autre part W. Guertler [2] a montré, par la méthode des courbes de refroidissement, que les combinaisons du calcium correspondent à $2B^2O^3.CaO$, $B^2O^3.CaO$, $B^2O^3.2CaO$. Le composé $B^2O^3.3CaO$ n'a pu rentrer dans le cadre de ses études à cause de son point de fusion trop élevé.

Le rôle joué par les borates dans la fabrication des verres et des émaux céramiques nous a conduits à déterminer leurs chaleurs de formation.

---

(1) Le Chatelier, *Comptes rendus*, t. 113, 1891, p. 1034.
(2) W. Guertler, *Zeits. f. anorg. Chemie*, t. 40, 1904, p. 337.

Nous avons préparé les différents borates de calcium par fusion directe de l'anhydride borique avec le carbonate de calcium. La fusion a été effectuée au creuset de platine dans le four Méker. L'acide fondu jusqu'à cessation de mousse et de bulles était pesé. On y dissolvait ensuite le carbonate en quantité calculée pour obtenir la composition voulue. La masse maintenue longtemps au-dessus de son point de fusion était coulée sur une lame de platine. La matière pulvérisée et au besoin refondue dans les mêmes conditions pour en assurer l'homogénéité était gardée à l'abri de l'air et analysée.

L'analyse des produits a été faite : 1° en poids, en dosant le calcium à l'état de chaux, transformée ensuite en sulfate; on avait, au préalable, éliminé l'acide borique par évaporation avec l'alcool et l'acide chlorhydrique; 2° en volume, en neutralisant par la soude exempte de carbonate la dissolution du borate dans l'acide chlorhydrique demi-normal; un premier virage à l'hélianthine comme indicateur donnait la chaux; un second virage en présence de la glycérine, avec la phtaléine comme indicateur, donnait l'acide borique.

Les corps préparés étaient exempts de carbonates.

La méthode calorimétrique employée a consisté à dissoudre les borates dans l'acide chlorhydrique étendu, demi-normal ou binormal, et à mesurer la chaleur dégagée dans cette dissolution.

Métaborate de calcium, $B^2O^3.CaO$. — Ce corps fusible vers 1100° est très stable. La chaleur moléculaire de dissolution dans l'acide chlorhydrique étendu a été trouvée égale à $22^{cal},5$.

On peut alors écrire la réaction :

$$B^2O^3.CaO \text{ sol.} + 2HCl \text{ diss.} = CaCl^2 \text{ diss.} + H^2O \text{ liq.} + B^2O^3 \text{ diss.} + 22^{cal},5.$$

De cette équation nous déduisons la chaleur de formation du sel à partir de ses constituants : anhydride d'acide et base :

$$B^2O^3 \text{ sol.} + CaO \text{ sol.} = B^2O^3.CaO \text{ sol.} + 30^{cal},9.$$

Biborate de calcium, $2B^2O^3.CaO$. — Ce corps, qui fond dans le voisinage de 1025°, reste facilement en surfusion. Par refroidissement rapide, il donne un verre dur; par refroidissement lent, des cristaux se broyant facilement.

La chaleur moléculaire de dissolution a été trouvée égale à $20^{cal},9$. La relation

$$2B^2O^3.CaO \text{ sol.} + 2HCl \text{ diss.} = CaCl^2 \text{ diss.} + 2B^2O^3 \text{ diss.} + H^2O \text{ liq.} + 20^{cal},9$$

conduit à la chaleur de formation

$$2B^2O^3 \text{ sol.} + CaO \text{ sol.} = 2B^2O^3.CaO \text{ sol.} + 39^{cal},8.$$

De cette chaleur de formation et de la précédente nous pouvons déduire la quantité de chaleur dégagée par la fixation d'une seconde molécule d'anhydride borique sur le métaborate :

$$B^2O^3.CaO + B^2O^3 = 2B^2O^3.CaO + 8^{cal},9,$$

ce qui confirme l'existence du composé $2B^2O^3.CaO$, déjà indiquée par Guertler.

Pyroborate de calcium, $B^2O^3.2CaO$. — Il fond vers 1215°; sa chaleur de dissolution dans l'acide a été trouvée égale à 51^{cal} :

$$B^2O^3.2CaO \text{ sol.} + 4HCl \text{ diss.} = 2CaCl^2 \text{ diss.} + B^2O^3 \text{ diss.} + 2H^2O \text{ liq.} + 51^{cal},$$

ce qui donne comme chaleur de formation :

$$B^2O^3 \text{ sol.} + 2CaO \text{ sol.} = B^2O^3.2CaO \text{ sol.} + 48^{cal},5.$$

Orthoborate de calcium $B^2O^3.3CaO$. — Il fond difficilement; sa chaleur moléculaire de dissolution a été trouvée égale à $83^{cal},35$,

$$B^2O^3.3CaO \text{ sol.} + 6HCl \text{ diss.} = B^2O^3 \text{ diss.} + 3CaCl^2 \text{ diss.} + 3H^2O \text{ liq.} + 83^{cal},35;$$

d'où l'on tire :

$$B^2O^3 \text{ sol.} + 3CaO \text{ sol.} = B^2O^3.3CaO \text{ sol.} + 62^{cal},2.$$

En résumé, nous pouvons dresser le Tableau suivant des chaleurs de formation des quatre borates de calcium correspondant aux acides $B^4O^7H^2$, BO^2H, $B^2O^5H^4$, BO^3H^3 :

				cal
Biborate	$2B^2O^3$ sol. + CaO sol.	=	$2B^2O^3$. CaO sol.	+ 39,8
Métaborate	B^2O^3 sol. + CaO sol.	=	B^2O^3. CaO sol.	+ 30,9
Pyroborate	B^2O^3 sol. + 2CaO sol.	=	B^2O^3.2CaO sol.	+ 48,5
Orthoborate	B^2O^3 sol. + 3CaO sol.	=	B^2O^3.3CaO sol.	+ 62,2

Nous pouvons déduire de ces nombres les conséquences thermiques suivantes :

			cal
$2B^2O^3$ sol. + CaO sol.	=	$2B^2O^3$.CaO sol.	+ 39,8
$2B^2O^3$. CaO sol. + CaO sol.	=	$2(B^2O^3.CaO)$ sol.	+ 22,0
B^2O^3. CaO sol. + CaO sol.	=	B^2O^3.2CaO sol.	+ 17,6
B^2O^3.2CaO sol. + CaO sol.	=	B^2O^3.3CaO sol.	+ 13,7

Si donc nous ajoutons à 2^{mol} d'anhydride borique des quantités de chaux croissantes, l'énergie de combinaison de la molécule de chaux va en décroissant constamment depuis $39^{cal},8$ jusqu'à $13^{cal},7$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Transformation directe des amines secondaires et tertiaires en nitriles.* Note de M. **Alphonse Mailhe**.

Dans une précédente Communication [1] j'ai montré, avec M. de Godon, qu'il était possible de transformer la diisoamylamine et la triisoamylamine en nitrile isoamylique, en les dirigeant en vapeurs sur du nickel divisé chauffé entre 350° et 380°. La réaction a lieu avec départ d'hydrogène et d'isoamylène

$$(C^5H^{11})^2NH = C^5H^{10} + 2H^2 + (CH^3)^2.CH.CH^2.CN,$$
$$(C^5H^{11})^3NH = 2C^5H^{10} + 2H^2 + (CH^3)^2.CH.CH^2.CN.$$

Il était intéressant de voir si cette réaction pouvait être généralisée et s'il était possible de transformer les autres amines secondaires et tertiaires aliphatiques en nitriles.

Ayant eu à ma disposition un certain nombre de ces amines préparées par hydrogénation des nitriles que j'avais obtenus par l'action directe de l'ammoniac sur les éthers-sels en présence d'alumine ou de thorine [2], j'ai essayé l'action catalytique du nickel sur ces bases secondaires et tertiaires.

La *dicaproylamine* $[CH^3(CH^2)^4CH^2]^2NH$, bouillant à 192°-195°, dirigée en vapeurs sur du nickel divisé, chauffé vers 350°-360°, fournit un abondant dégagement de gaz, formé principalement par 90 pour 100 d'hydrogène. Le reste est constitué par 8 pour 100 de carbures absorbables par le brome et 2 pour 100 d'hydrocarbures saturés. Le liquide recueilli, soumis à la distillation fractionnée, se scinde nettement en deux parties, l'une qui bout entre 60°-80°, à peu près totalement absorbable par le brome : c'est de l'hexylène contenant des traces d'hexane. La seconde portion passe entre 159°-165° : c'est le capronitrile, $CH^3(CH^2)^4CN$. Au-dessus, il reste une petite quantité d'amine non transformée, accompagnée d'une faible dose d'amine tertiaire formée. Le capronitrile, après avoir été débarrassé de ces bases par un traitement à l'acide chlorhydrique dilué, a été identifié par sa transformation en caproylamines en l'hydrogénant sur le même nickel divisé à 200°-210°. Il s'est dégagé de l'ammoniac et l'on a recueilli un mélange des trois caproylamines primaire, secondaire et tertiaire.

La tricaproylamine, $[CH^3(CH^2)^4CH^2]^3N$, bouillant à 263°-265°, fournit également en présence de nickel divisé, chauffé à 360°-380°, un dégagement permanent de gaz,

---

[1] A. Mailhe et de Godon, *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 557.
[2] A. Mailhe, *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 121.

constitué en majeure partie par de l'hydrogène, et le liquide recueilli est formé d'hexylène accompagné d'un peu d'hexane, distillant entre 70°-80°, et de capronitrile. Il reste au-dessus de 165°, un peu d'amine inchangée.

Les amines valériques, normales, subissent comme les précédentes une réaction de dédoublement semblable. D'abord, la *diamylamine* $[CH^3(CH^2)^3CH^2]^2NH$ conduit, avec dégagement d'hydrogène et d'un peu de carbures éthyléniques, à du pentène, accompagné d'un peu de pentane, et au pentane nitrile, $CH^3(CH^2)^3CN$, bouillant à 141°. La *triamylamine* $[CH^3(CH^2)^3CH^2]^3N$, bouillant à 240°-245°, dirigée en vapeurs sur le nickel chauffé à 360°-370°, est également scindée en hydrogène, pentène mélangé à un peu de pentane, et pentane nitrile. Dans les deux cas, une petite quantité d'amine n'a pas subi le dédoublement.

La *dibutylamine* $(CH^3CH^2CH^2CH^2)^2NH$, qui bout à 160°, et la *tributylamine* $(CH^3CH^2CH^2CH^2)^3N$, se dédoublent normalement lorsqu'on les dirige en vapeurs sur le nickel divisé, chauffé à 360°-380°, en carbure éthylénique, le butylène, hydrogène, et butane-nitrile, bouillant à 118°. Le dégagement gazeux est d'autant plus abondant que la température du catalyseur est plus élevée. Non seulement le dédoublement des amines est plus actif, mais en même temps le carbure éthylénique qui prend naissance se détruit plus profondément en hydrogène, carbures de rang inférieur et charbon qui se dépose sur le nickel. 30g de dibutylamine et 25g de tributylamine ont été changés ainsi en nitrile butyrique.

La *dipropylamine* $(CH^3CH^2CH^2)^2NH$, bouillant à 109°, et la tripropylamine $(CH^3CH^2CH^2)^3N$, qui distille à 156°, subissent à 350°-370° la destruction ordinaire en propane nitrile. Avec l'amine secondaire, le dégagement de gaz commence déjà à 300°-320°. A la température normale de la réaction 340°-350°, il est constitué par 80 pour 100 d'hydrogène, et 20 pour 100 de carbures absorbables par le brome. Le liquide recueilli commence à bouillir à 90° et les trois quarts environ distillent entre 90°-103°. Le reste est formé par un peu d'amine non décomposée et une faible quantité d'amine tertiaire produite pendant la réaction, car le thermomètre a monté jusqu'à 145°.

On voit que la méthode de dédoublement des amines secondaires et tertiaires aliphatiques en nitriles est tout à fait générale. Elle a lieu suivant les équations

$$(C^nH^{2n+1})^2NH = 2H^2 + C^nH^{2n} + C^nH^{2n-1}N,$$
$$(C^nH^{2n+1})^3N = 2H^2 + 2C^nH^n + C^nH^{2n-1}N.$$

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur des isatines qui contiennent un noyau quinoléique.* Note [1] de M. **J. Martinet**, présentée par M. A. Haller.

Les éthers dioxindol-3-carboniques, corps du type

$$\text{COH} - \text{CO}^2\text{R} \qquad \text{CO} \qquad \text{NH}$$

peuvent s'obtenir par action des éthers mésoxaliques sur les amines primaires et secondaires [2]. Avec les bases tétrahydroquinoléiques, il est donc possible d'obtenir des corps qui possèdent à la fois un noyau indolique et un noyau quinoléique.

Nous avons ainsi préparé avec la tétrahydroquinoléine [2] le 1.7-*triméthylène dioxindol-3-carbonate d'éthyle*, petits cristaux blancs (F. 174°) dont le dérivé acétylé forme des cristaux également blancs (F. 95°).

La 5-méthyltétrahydroquinoléine conduit au 1.7-*triméthylène-5-méthyldioxindol-3-carbonate d'éthyle* (form. I); il constitue des cristaux incolores qui fondent à 162°. Avec la 5-méthyltétrahydroquinoléine nous obtenons le 1.7-(*α-méthyltriméthylène*)-5-*méthyldioxindol-3-carbonate d'éthyle* (form. II) sous forme de gros cristaux bien solubles dans l'éther et qui fondent à 108°.

La saponification alcaline de ces éthers, à l'air, conduit aux isatates correspondants. Les acides isatiques dont ils dérivent ne sont pas stables. Le précipité orangé qui se forme par acidulation se lactamise facilement et donne l'isatine de couleur rouge.

La 1.7-*triméthylène isatine* (form. III) constitue des aiguilles rouges brillantes (F. 195°) peu solubles dans l'eau et l'éther, bien solubles dans l'alcool, la benzine et l'acide acétique. Sa *phénylhydrazone* est en aiguilles jaunes, brillantes (F. 150°).

La 5-*méthyl*-1.7-*triméthylène isatine* (form. IV) cristallisée dans l'alcool

---

[1] Séance du 10 juin 1918.

[2] A. Guyot et J. Martinet, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1625.

forme de petites paillettes rouges, brillantes, qui fondent à 185°. Elle donne une *phénylhydrazone* qui se présente en fines aiguilles feutrées jaune orangé; recristallisée dans l'acide acétique, elle fond à 177°.

La 1.7-(*α.méthyl-triméthylène*)-5-*méthylisatine* (form. V) forme par cristallisation dans l'alcool de jolis cristaux, rouge foncé, fusibles à 165°.

Sa *phénylhydrazone* fond à 141°, par cristallisation dans l'acide acétique à 75 pour 100, elle donne des aiguilles brillantes jaune orangé.

Ces isatines donnent la réaction de l'indophénine; elles se dissolvent immédiatement en jaune dans les alcalis, leurs phénylhydrazones se dissolvent en rouge intense dans l'acide sulfurique.

Nous avons préparé à partir de ces isatines un certain nombre d'isatates métalliques. Les sels de potassium ou de baryum sont jaunes, ceux de plomb jaune plus ou moins orangé, ceux de cuivre rouges. Ils ont la même couleur que d'autres isatates des mêmes métaux.

Avec la 1.7-triméthylène isatine : le 1.7-*triméthylène isatate de potassium* $C^{11}H^{10}O^3NK, H^2O$, qui constitue des paillettes d'un jaune franc et cristallise avec 1^{mol} d'eau.

Le *sel de cuivre* présente un point de décomposition vers 155°.

Le *sel de plomb* $(C^{11}H^{10}O^3N)^2Pb$ se transforme vers 158° et donne un liquide rouge.

La 5-méthyl-1.7-triméthylène isatine donne le 5-*méthyl*-1.7-*triméthylène-isatate de potassium* $C^{12}H^{12}O^3NK, H^2O$, qui se présente en paillettes jaunes brillantes et cristallise avec 1^{mol} d'eau.

Le *sel de cuivre* $(C^{12}H^{12}O^3N)^2Cu$ offre un point de transformation vers 160°.

Le 1.7-(*α-méthyltriméthylène*)-5-*méthylisatate de baryum* s'obtient par dissolution de l'isatine dans la baryte, on se débarrasse de l'excès de baryte par un courant d'anhydride carbonique :

H^3C — COH — $CO^2C^2H^5$; N; CO; H^2C; CH^2; CH^2

(I).

H^3C — COH — $CO^2C^2H^5$; N; CO; H^2C; CH — CH^3; CH^2

(II).

CO; N; CO; H^2C; CH^2; CH^2

(III).

et

H^3C — CO, CO, N, H^2C, CH^2, CH^2
(IV).

H^3C — CO, CO, N, H^2C, $CH - CH^3$, CH^2
(V).

Ces isatines permettent de reproduire les dioxindol-3-carbonate d'éthyle. On applique la méthode générale de synthèse des éthers-α-alcool : action de l'acide cyanhydrique sur les cétones. La 1.7-triméthylène isatine s'additionne l'acide cyanhydrique et donne le 1.7-triméthylène-3-cyanodioxindol (form. VI) :

CO, CO, N, H^2C, CH^2, CH^2 + H.CAz = OH, C — CAz, CO, N, H^2C, CH^2, CH^2
VI.

Ce corps est fort instable, mais néanmoins il peut être isolé et transformé en triméthylène-1.7-dioxindol-3 carbonate d'éthyle par action d'une solution à 20 pour 100 de gaz chlorhydrique dans l'alcool absolu.

Puisque les isatines ne possèdent qu'un carbonyle cétonique, cette synthèse des éthers dioxindol-3-carboniques confirme la constitution des produits de condensation des éthers mésoxaliques et des amines aromatiques.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Méthode de dosage des halogènes, du soufre et de l'azote en présence du mercure.* Note de M. **Maurice François**, présentée par M. Charles Moureu.

La méthode de dosage du mercure par le zinc en limaille que j'ai exposée récemment [1] conduit à un dosage exact des halogènes dans les composés

[1] *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 950.

du mercure, du soufre dans le cinabre et de l'azote dans les composés ammoniés du mercure, dosages qui sont particulièrement difficiles en présence du mercure.

Dosage des halogènes. — La chlorure d'argent et vraisemblablement les autres sels halogénés d'argent étant notablement solubles dans les solutions d'azotate mercurique, le dosage des halogènes dans les sels de mercure est inexact quand on n'a pas éliminé le mercure.

Or, précisément, dans le procédé par la limaille de zinc, le zinc déplace et précipite le mercure pendant que l'halogène se combine au zinc et entre en solution sous forme de sel de zinc, c'est-à-dire sous une forme qui se prête très bien à un dosage par pesée.

Si l'on prend le chlorure mercurique comme exemple, la réaction est représentée ainsi :

$$HgCl^2 + Zn = Hg + ZnCl^2.$$

Il suffira donc de pratiquer la méthode telle qu'elle a été donnée pour le dosage du mercure, mais sans faire d'addition d'iodure de potassium, de recueillir avec soin l'acide sulfurique contenant le sel halogéné du zinc et de précipiter par l'azotate d'argent pour aboutir à un dosage par pesée.

Du fait de la suppression de l'iodure de potassium, le traitement par le zinc demandera simplement un peu plus de surveillance dans le cas des sels de mercure nettement insolubles tels que le chlorure mercureux ou l'iodure de dimercurammonium et les composés de ce groupe.

Le procédé est applicable au chlorure mercurique, au bromure mercurique, aux iodures mercurique et mercureux, aux iodomercurates, aux chloriodomercurates, aux iodures de mercurammonium, etc.

Il donne des résultats exacts.

Dosage du soufre dans les sulfures de mercure et le cinabre. — La solution bromhydrique de brome, dont j'ai parlé dans la précédente Note, transformant intégralement le sulfure de mercure en sulfate mercurique, il s'ensuit évidemment que l'acide sulfurique de ce sulfate peut être précipité à l'état de sulfate de baryte que l'on peut recueillir et peser et du poids duquel on déduira le soufre.

Qu'il s'agisse de sulfure artificiel ou de cinabre naturel avec gangue, on en pèse dans une fiole conique une prise d'essai correspondant grossièrement à 1^g de sulfure; on y ajouts 10^{cm^3} de la solution bromhydrique de brome, on agite fréquemment pendant une heure et l'on abandonne 24 heures.

On ajoute alors 20^{cm^3} d'eau, ce qui produit un liquide homogène, puis on fait, tant pour le débarrasser du mercure que pour faire disparaître le brome demeuré libre, de demi-heure en demi-heure, une addition de 1^g de zinc pur en limaille jusqu'à en avoir

employé 5g. On décante alors le liquide sur un filtre sans plis placé sur une fiole conique de 250cm³ et l'on procède à cinq lavages du zinc par décantation.

Le liquide filtré est prêt pour un dosage d'acide sulfurique par pesée du sulfate de baryte.

Les résultats sont rigoureusement exacts.

Dosage de l'azote dans les composés ammoniacaux et ammoniés du mercure. — Quand on applique le procédé de dosage du mercure par la limaille de zinc à des composés ammoniacaux du mercure, par exemple au composé $HgI^2.2AzH^3$ ou à l'iodomercurate d'ammoniaque $HgI^2.2AzH^4I$, l'ammoniaque subsiste et entre en combinaison avec l'acide sulfurique; si l'on applique le procédé aux sels de mercurammonium du type de l'iodure de dimercurammonium, l'azote passe en entier à l'état d'ammoniaque à moins que ces sels ne dérivent des amines, auquel cas ces amines sont régénérées. Mais, en même temps, le mercure se trouvant être précipité, on se trouve dans les meilleures conditions possibles pour un dosage de l'azote par distillation de l'ammoniaque ou de l'amine.

On sait, en effet, que tous les composés du mercure qui contiennent de l'ammoniaque sous une forme quelconque passent sous l'influence des alcalis fixes à l'état de dérivés ammoniés et que, ces derniers ne dégageant pas leur ammoniaque sous l'influence des alcalis bouillants, la précipitation préalable du mercure s'impose dans le dosage de l'azote.

La prise d'essai doit être forte et ne pas être inférieure à 1g. Elle est placée dans une fiole conique. On y ajoute 10cm³ d'acide sulfurique au dixième et 1g d'iodure de potassium, tous deux bien exempts d'ammoniaque et l'on abandonne le mélange pendant 24 heures.

Cette opération préliminaire transforme partiellement les substances peu attaquables, comme l'iodure de dimercurammonium, en sulfate d'ammoniaque et iodure mercurique cristallin et rend plus facile la suite des opérations.

Après les 24 heures, sans faire aucune nouvelle addition d'acide, on ajoute 1g de zinc pur en limaille, après une demi-heure un nouveau gramme, et après une troisième demi-heure un troisième gramme. On abandonne 24 heures.

Les additions de zinc n'ayant pas été accompagnées d'addition d'acide, il entre peu de zinc en solution.

On ajoute alors 50cm³ d'eau et l'on décante le liquide sur un filtre sans plis disposé sur le ballon même d'un appareil à distillation d'ammoniaque. On écrase, à ce moment, au moyen d'une baguette de verre coiffée d'un doigt de caoutchouc, le zinc qui s'est en général aggloméré et on le lave cinq fois par décantation.

Le liquide filtré, contenant tout l'azote à l'état de sulfate d'ammoniaque mélangé à un excès d'acide sulfurique et à une petite quantité de sel de zinc, peut être traité par toute méthode de dosage de l'ammoniaque par distillation.

Si l'on recueille l'ammoniaque dans l'acide chlorhydrique dilué et si l'on poursuit le

dosage en pesant le chlorhydrate d'ammoniaque produit suivant la méthode de Villiers et Dumesnil, on obtient des résultats rigoureusement exacts.

Il en est encore de même si les sels de mercure analysés dérivent des méthylamines et éthylamines et s'ils régénèrent non de l'ammoniaque, mais des méthylamines ou éthylamines qu'on pèse sous forme de chlorhydrate.

GÉOLOGIE. — *Sur l'existence de grandes nappes de recouvrement dans la province de Cadix (Espagne méridionale).* Note de M. **Louis Gentil**, présentée par M. Émile Haug.

Une remarquable étude de René Nicklès, publiée en 1902-1904, a révélé, dans la partie orientale de l'avant-pays de la Cordillère bétique, l'existence de « lambeaux de recouvrement devant appartenir à une ou plusieurs nappes de charriage de grande allure » [1]. Robert Douvillé a montré que le même régime s'étendait à la partie centrale [2], tandis que la partie occidentale de la zone subbétique n'a jamais été, jusqu'ici, l'objet d'une interprétation tectonique d'ensemble.

Mon attention a été depuis longtemps retenue par certaines singularités des cartes géologiques de la vallée du Guadalquivir. On est frappé, par exemple, d'y voir de nombreux lambeaux de Trias disséminés parmi de vastes affleurements d'Éocène et de Miocène, en particulier dans la province de Cadix [3].

J'ai saisi l'occasion récente d'un voyage à travers l'Espagne pour parcourir en plusieurs sens l'étendue de pays comprise entre Gibraltar, Cadix, Séville, Cordoue et Grenade. Je me bornerai, dans cette Note, à signaler mes observations dans la province de Cadix.

Le Flysch nummulitique, qui forme la presqu'île qui s'avance vers le détroit de Gibraltar, apparaît en couches tantôt normales, tantôt renversées, ainsi qu'en témoignent les fréquentes traces de Vers dans les lits de grès qui prennent part à la composition de cette épaisse formation ; on peut s'en rendre compte aux environs d'Algésiras. De plus, le pendage général des couches est vers l'est : ce Flysch est visiblement poussé vers l'ouest.

---

[1] *Comptes rendus*, t. 134, 1902, p. 493, et *Bull. Soc. géol. Fr.* 4e série, t. 4, 1904, p. 211-247.

[2] *Esquisse géologique des Préalpes subbétiques* (Partie centrale). Thèse de doctorat, Paris, 1906.

[3] Voir à ce sujet la Carte géologique internationale de l'Europe [feuille 36 (A.VI)].

Des masses triasiques se montrent très fréquemment, en situation anormale, en relation avec ces terrains nummulitiques.

Partout où je l'ai rencontré, le Trias se présente avec son faciès lagunaire. Il est formé de marnes bariolées, de gypses salifères, de cargneules, de dolomies, de calcaires compacts, qui n'apparaissent jamais en assises régulières : *ce Trias n'est pas en place*. Des pointements d'ophites, qui se montrent fréquemment en amas de blocs anguleux, trahissent encore l'importance des dislocations subies par ce terrain.

L'analogie est complète entre le Trias à faciès germanique de la province de Cadix et celui de nos possessions de l'Afrique du Nord.

Or les dépôts triasiques du Sud de l'Espagne sont fréquemment *en recouvrement* sur le Flysch. Ils apparaissent parfois, à la faveur de fenêtres, *au-dessous* du même Flysch, ainsi qu'on peut le constater entre Trafalgar, Cadix et la Sierra de Cabras; mais *ce Trias n'est jamais enraciné*.

Entre Jerez de la Frontera et la Sierra del Pinar, les superpositions anormales du Trias sont encore plus manifestes.

Un récent travail de l'ingénieur Juan Gavala [1] devait m'en faciliter l'étude. La belle Carte géologique au 100000e qui accompagne son important Mémoire est remarquable par la diversité des terrains qui y sont figurés : le Trias, du Jurassique, du Crétacé, le Nummulitique et le Néogène. On est surpris d'y voir de vastes lambeaux triasiques interrompre l'affleurement des autres terrains dont l'apparition est, le plus souvent, caractérisée par de brusques suppressions de séries stratigraphiques puissantes.

Je ne suis pas d'accord avec l'auteur au sujet de la classification des terrains miocènes qu'il a adoptée, mais ce qui importe, pour le moment, ce sont les relations tectoniques de ces dépôts tertiaires avec le Trias lagunaire.

Le trajet de la route de Jerez de la Frontera à Villamartin est très instructif à cet égard. En quittant la plaine de Jerez pour franchir la série des collines qui la séparent d'Arcos de la Frontera, on traverse d'abord une bande de Trias surmonté par les argiles helvétiennes (Burdigalien de la Carte). A 3^{km} plus loin on voit le même Trias *en recouvrement* sur les mêmes argiles miocènes.

Cette superposition anormale est encore plus nette au Cerro del Guijo, où les argiles miocènes s'enfoncent visiblement sous un grand lambeau de Trias, lui-même recouvert, d'après M. Gavala, par du Crétacé inférieur et du Nummulitique. Un peu plus loin encore, les argiles miocènes recouvrent cet affleurement inattendu de terrains

---

[1] *Regiones petroliferas de Andalucia* (*Bol. Instituto geologico de España*, t. 17, 1916, 211 pages, 2 cartes en couleurs, 1 planche de coupes).

secondaires. Entre Arcos, Bornos et Esperase montre un grand développement de mollasse tortonienne (Helvétien de l'auteur), qui est toujours en situation stratigraphique normale. A Villamartin, on peut faire les mêmes observations; le Trias, avec pointements d'ophites, *recouvre* l'Helvétien de la vallée du Rio Guadalete, tandis que la ville est bâtie sur les argiles et les grès vindoboniens qui reposent sur ce Trias. La route de Villamartin à Las Cabezas de San Juan coupe dans sa largeur, sur 15^{km}, une grande bande triasique longue de plus de 30^{km}. Ici, le Trias, très disloqué, a entraîné des paquets de Jurassique; il est recouvert par des lambeaux de Nummulitique et il est en *recouvrement sur l'Éocène* de Las Cabezas, qui rappelle le Suessonien de l'Afrique du Nord.

En reliant entre elles mes observations dans la province de Cadix, on est frappé de la continuité tectonique dans cette partie de l'Espagne. Dans le Sud de la province, une grande nappe de recouvrement a cheminé de l'ouest vers l'est; plus au nord, elle a été déviée vers le nord-ouest et ses replis dessinent les grandes lignes orographiques du pays. *Cette nappe est formée de Nummulitique;* elle se poursuit sans interruption depuis La Linea (Gibraltar) jusqu'aux environs de Cadix, où elle disparaît sous une couverture récente, pliocène.

Dans le Nord de la province, les témoins du Jurassique en recouvrement sont fréquents : la Sierra de Gibaldin, la Sierra de Pajerete et, probablement aussi, les calcaires secondaires de la Sierra del Pinar, ne sont pas en place. *Ce Jurassique, qui est souvent associé au Crétacé inférieur, forme une seconde nappe.*

Enfin *une troisième nappe indépendante est représentée par le Trias lagunaire.* Ainsi que nous venons de le voir, ce Trias se montre fréquemment en recouvrement sur le Flysch; il apparaît parfois au-dessous, à la faveur de fenêtres, *mais il n'est jamais enraciné.*

Tandis que dans le Sud de la province de Cadix les affleurements triasiques prennent des alignements à peu près méridiens, on les voit s'incurver vers le nord-est dans la zone néogène du Nord. Là ils se montrent en relation anormale avec l'Helvétien, dessinant les replis des nappes jurassique et nummulitique, encapuchonnant leurs fronts et pénétrant en noyaux synclinaux dans les marnes miocènes.

BOTANIQUE. — *Action nocive du carbonate de magnésium sur les végétaux.* Note [1] de M. **Henri Coupin**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Le carbonate de magnésium, si répandu dans le sol, est, vu son insolubilité dans l'eau, considéré, généralement, comme incapable d'agir nocivement sur les plantes et, par suite, d'avoir aucune action sur la vie des végétaux et leur répartition géographique. On peut, cependant, remarquer que le carbonate de magnésium est susceptible de se dissoudre en petite quantité dans l'eau lorsque celle-ci renferme de l'acide carbonique, cas qui doit, précisément, se produire au voisinage des racines, lesquelles exhalent sans cesse du gaz carbonique par leur respiration. Et l'on est ainsi amené à se demander quel peut être l'effet de ce carbonate ainsi dissous et si, sous cette forme, il est utile ou nuisible aux plantes. Dans le but de le savoir, j'ai effectué de nombreuses germinations, les unes dans de l'eau de source (eau de la Vanne), les autres dans la même eau additionnée d'un large excès de carbonate de magnésie, et les ai comparées après les avoir maintenues pendant quelques jours dans un milieu toujours le même, à savoir : obscurité et température constante de 24°.

A titre d'exemples résumant les principaux cas qu'on peut rencontrer, j'indiquerai, sommairement, ici, les résultats obtenus avec huit espèces de semences choisies assez différentes les unes des autres (les chiffres cités ci-dessous sont relatifs à des cas moyens, tout à fait indépendants des variations individuelles si fréquentes dans les germinations).

Lupin blanc. — Durée de l'expérience : 12 jours.

Eau seule. — Axe hypocotylé : 15^{cm}. Racine : 25^{cm}. Radicelles : 36 radicelles s'étageant sur 12^{cm} de longueur à partir du collet, les plus grandes ayant 2^{cm} de long. Pas de poils absorbants. Les racines et les radicelles sont blanches.

Eau + $MgCO^3$. — Axe hypocotylé : 6^{cm}. Racine : 2^{cm}. Radicelles à peine représentées par de petits pointements. Pas de poils absorbants. Les racines et les bosses de radicelles sont fortement brunes.

Fève. — Durée de l'expérience : 10 jours.

Eau seule. — Tige : 20^{cm}. Racine : 15^{cm}. Radicelles : 30 radicelles de 7^{cm}, 36 de 7^{cm}

[1] Séance du 10 juin 1918.

à $1^{cm},5$. De nombreux fins poils absorbants. Les racines et les radicelles sont blanches.

Eau + $MgCO^3$. — Tige : 17^{cm}. Racine : 15^{cm}. Radicelles : 5 radicelles de 3^{cm} à 4^{cm}, 24 de 2^{cm} à $0^{cm},10$. Pas de poils absorbants. Les racines et les radicelles sont fortement brunâtres.

Maïs sucré demi-précoce. — Durée de l'expérience : 9 jours.

Eau seule. — Partie aérienne : 27^{cm}. Racines adventives : 2 de 7^{cm} et 1 de 14^{cm}. Racine principale : 31^{cm}. Radicelles très nombreuses, s'étageant sur 16^{cm} de longueur à partir du collet, les plus longues ayant 7^{cm} ; les plus longues ayant 7^{cm}, les autres (les plus abondantes) de 1^{cm} à 2^{cm}. Pas de poils absorbants. Racines et radicelles blanches.

Eau + $MgCO^3$. — Partie aérienne : 25^{cm}. Pas de racines adventives. Racine principale : 18^{cm}. Radicelles s'étageant sur 14^{cm} à partir du collet, une dizaine d'environ 7^{cm} de long, les autres (les plus nombreuses) ne dépassant pas de $0^{cm},3$ à $0^{cm},1$. Pas de poils absorbants. Racines et radicelles blanches.

Ricin sanguin. — Durée de l'expérience : 6 jours.

Eau seule. — Axe hypocotylé : 9^{cm}. 15 racines adventives de 8^{cm} à 9^{cm}. Racine principale : 14^{cm}. Radicelles très nombreuses, s'étageant sur 7^{cm} de longueur à partir du collet, les plus grandes ayant 2^{cm}. Pas de poils absorbants. Racines et radicelles sont parfaitement blanches.

Eau + $MgCO^3$. — Axe hypocotylé : $4^{cm},5$. 20 racines adventives d'environ $1^{cm},2$, à pointe noire et manifestement mortes. Racine principale légèrement brune, de 7^{cm}. Radicelles brunes s'étageant sur 3^{cm} à partir du collet, les plus longues ayant $0^{cm},2$. Pas de poils absorbants.

Pois. — Durée de l'expérience : 13 jours.

Eau seule. — Tige : 17^{cm}. Racine : 22^{cm}. 16 radicelles de 3^{cm} à 5^{cm} ; 10 de moins de 3^{cm}. Pas de poils absorbants.

Eau + $MgCO^3$. — Tige : 14^{cm}. Racine : 14^{cm}. 6 radicelles de 2^{cm} ; 20 de $0^{cm},5$ à $0^{cm},1$. Pas de poils absorbants.

Potiron. — Durée de l'expérience : 6 jours.

Eau seule. — Tige : 15^{cm}. Racine : $13^{cm},5$. Radicelles très nombreuses, d'environ $20^{cm},5$, avec elles-mêmes des radicelles de deuxième ordre de $0^{cm},2$ à $0^{cm},1$. Des poils absorbants fugaces. Racines et radicelles sont blanches.

Eau + $MgCO^3$. — Tige de 9^{cm}. Racine : 8^{cm}. 2 radicelles de 6^{cm}, 16 de 2^{cm} à 1^{cm}, toutes les autres seulement représentées par des bosses. Pas de poils absorbants. Racines et radicelles sont brunâtres.

CRESSON ALÉNOIS. — Durée de l'expérience : 14 jours.

Eau seule. — Axe hypocotylé : 6^{cm}. Racine, blanche, de $6^{cm},5$, couverte, du collet jusqu'au voisinage du point végétatif de poils absorbants de 1^{mm} à 2^{mm} (soit 1000^{μ} à 2000^{μ}) de long, qui la rendent plumeuse. Pas de radicelles.

Eau + $MgCO^3$. — Axe hypocotylé : 6^{cm}. Racine, blanche, de $6^{cm},5$, avec des poils absorbants d'environ 60^{μ} de long. Pas de radicelles.

PIN PIGNON. — Développement identique dans l'eau seule et dans l'eau additionnée de carbonate de magnésium, sauf que, dans cette dernière, la racine est plus brune que dans la première (du moins durant les dix premiers jours).

Par ces quelques exemples, confirmés par bien d'autres qu'il serait trop long de développer ici, on voit que, à part quelques cas exceptionnels (Pin pignon), le carbonate de magnésium s'est montré nettement nocif pour les plantes, mais avec une intensité et une modalité un peu variables suivant les espèces considérées. Cette nocivité se manifeste : 1° par la diminution de la longueur de la racine principale; 2° par la réduction considérable du nombre et de la dimension des radicelles; 3° par la teinte brune ou noire des racines et des radicelles; 4° par la réduction des poils absorbants (lorsque ceux-ci, ce qui est plutôt l'exception, se forment dans un milieu aquatique); 5° par la moins grande longueur (sauf dans le cas du Cresson alénois) de la partie aérienne.

En aucun cas, le carbonate de magnésium ne paraît avoir eu d'effet utile, du moins dans les conditions où ont été établies ces expériences.

PHYSIOLOGIE. — *Étude comparative de la toxicité et du pouvoir nutritif des protéines alimentaires employées à l'état pur.* Note [1] de **M. F. MAIGNON**, présentée par M. E. Leclainche.

Dans une précédente Note, nous avons étudié la toxicité de l'albumine d'œuf chez le rat blanc. Nous donnons aujourd'hui les résultats de recherches analogues, effectuées sur le même animal, concernant la fibrine, la caséine et la poudre de viande, cette dernière substance épuisée au préalable par l'eau, l'alcool et l'éther bouillants. Nous rappellerons que, malgré ces opérations, cette poudre renferme encore une quantité appré-

[1] Séance du 10 juin 1918.

ciable de graisse sous forme de combinaisons adipo-protéiques. La fibrine pure est employée directement, tandis que la caséine en poudre du commerce est épuisée auparavant à l'éther. Ces protéines sont données à discrétion, sous forme de boulettes dosées à 1^g, auxquelles on ajoute, comme précédemment, des sels minéraux et du bicarbonate de soude en vue d'éviter la déminéralisation et l'acidose.

Nous résumons dans le Tableau suivant les résultats obtenus concernant la durée de la survie et la perte de poids au moment de la mort. Nous y faisons figurer les moyennes mensuelles obtenues avec l'albumine d'œuf, pour servir de termes de comparaison.

Date des expériences.	Albumine d'œuf.		Fibrine.		Caséine.		Poudre de viande.	
	Survie en jours.	Perte de poids p. 100.	Survie en jours.	Perte de poids p. 100.	Survie en jours.	Perte de poids p. 100.	Survie en jours.	Perte de poids p. 100.
1913.								
Mai (1re quinzaine)	3	23	36	50	68	35		
» »			20	43	60	44		
(2e quinzaine)	4	32						
Juin	7	32						
Août	20	43						
Octobre (1re quinzaine)	4	20	20	42	46	39	16	43
»			21	43	23	20	25	45
(2e quinzaine)	6	34						
Novembre	7	32						
Décembre	9	32						
1914.								
Janvier	22	41	10		25	32	15	35
»			14	32	21	33	18	30
Février			29	43			21	44
»			17	31				
Mars	13	37	19	42	23	39	17	39
»					56			
Avril	9	30	26	46			21	39
Mai 5	7	34						
» 14	5	31						
» 21	6½	31					18	40
»							20	44

Il résulte de ces recherches que toutes les protéines expérimentées sont impuissantes, à elles seules, à entretenir la vie, chez le rat blanc, et à

assurer la fixité du poids, même pour de courtes périodes. L'examen de ces résultats montre en outre que l'influence saisonnière, si marquée avec l'albumine d'œuf, fait complètement défaut avec les autres protéines.

Le Tableau suivant donne, pour chacune des substances, la moyenne des résultats de toutes les expériences :

	Durée moyenne de la survie, en jours.	Perte de poids à la mort, pour 100.
Albumine d'œuf	8	31
Fibrine	21	41
Caséine	41	35
Poudre de viande	19	40

La toxicité peut être appréciée d'après la durée de la survie. A ce point de vue, les protéines envisagées se classent, pour le rat blanc, dans l'ordre suivant : albumine d'œuf, fibrine, caséine, cette dernière étant de beaucoup la moins toxique. La poudre de viande se range à côté de la fibrine.

Cause de la mort. — Pour la fibrine, la caséine et la poudre de viande, la mort est, en toute saison, la conséquence de l'épuisement des réserves et non de l'intoxication chronique. Les animaux meurent dans le marasme, avec des pertes de poids très importantes. Les lésions dues à l'intoxication alimentaire sont insuffisantes pour expliquer la mort.

Surcharge graisseuse du foie pour la caséine et la fibrine. — Les rats alimentés avec la caséine ou la fibrine possèdent, au bout d'un certain temps, un véritable foie gras, reconnaissable à sa teinte jaunâtre et à ses bords épais et arrondis. Le microscope révèle une surcharge graisseuse intense.

Cette graisse hépatique que nous avons vue coexister, au moment de la mort sur des animaux ainsi alimentés, avec un état cachectique très prononcé, ne peut provenir que de la transformation des produits de la digestion, apportés au foie par le sang porte, c'est-à-dire de la caséine et de la fibrine. Tandis que la surcharge est extrêmement intense avec la caséine, elle est moitié moindre environ avec la fibrine. Elle est en outre moins précoce avec cette dernière substance : des rats sacrifiés après cinq jours d'alimentation à la caséine présentent déjà une légère surcharge du foie, tandis qu'avec la fibrine il n'y a pas encore trace de graisse dans les cellules. Avec l'albumine d'œuf et la poudre de viande, on n'observe, à aucun moment, de dépôt de graisse dans les cellules hépatiques.

Il existe donc pour l'albumine d'œuf, la fibrine et la caséine, une relation étroite entre la durée de la survie et la facilité avec laquelle les albumines ingérées se transforment en graisse. Tout se passe comme si la graisse formée prolongeait la survie en rendant moins rapide l'épuisement des réserves. Les animaux ne meurent, en effet, que lorsque les réserves de graisse ont à peu près disparu, comme si cette substance était indispensable à l'utilisation des protéines ingérées.

Nous ferons remarquer en outre que l'influence saisonnière sur la toxicité, si étonnante avec l'albumine d'œuf, n'existe pas avec la caséine et la fibrine, susceptibles toutes deux de se transformer facilement en graisse dans le foie. Il semble que la présence de graisse rend l'organisme moins sensible aux poisons azotés, au printemps et à l'automne.

La séance est levée à 16 heures et quart.

E. P.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de février 1918 (*suite et fin*) (¹).

Banque de France. *Assemblée générale des actionnaires de la Banque de France du 31 janvier 1918. Compte rendu au nom du conseil général de la Banque et rapport de MM. les Censeurs.* Paris, Paul Dupont, 1918; 1 fasc. 24 × 31,5.

Canada. Ministère des Mines. Division des mines. *Rapport annuel de la production minérale au Canada durant l'année civile* 1915, par John Mc Leish. Ottawa, Imprimerie du Gouvernement, 1917; 1 vol. in-8°.

Electrodynamic Wave-Theory of Physical Forces. Discovery of the Cause of Magnetism, Electrodynamic Action, by T.-J.-J. See. Lyon, Mass., Nichols et fils, 1917; 1 vol. 23 × 31.

(¹) Complément des Ouvrages reçus en février, à ajouter au n° 20 (21 mai 1918), p. 832.

Résumé météorologique de l'année 1916 *pour Genève et le Grand Saint-Bernard*, par Raoul Gautier. Extrait des *Archives des sciences de la bibliothèque universelle*, août et septembre 1917. Genève, Société générale d'imprimerie, 1917; 1 fasc. 14,5×22,5.

Observations météorologiques faites aux fortifications de Saint-Maurice, pendant l'année 1916. Résumé par Raoul Gautier et Ernest Rod. Extrait des *Archives des sciences physiques et naturelles*, juin et août 1916, mars et octobre 1917. Genève, Société générale d'imprimerie, 1917; 1 fasc. 14,5×22,5.

La loi des luminosités dans l'amas globulaire Messier 3; — *Sur la stabilité des solutions périodiques de la première sorte dans le problème des petites planètes*; — *Étoiles et molécules*, par H. v. Zeipel. Trois Notes extraites, les deux premières des *Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik utgifvet af K. Svenska Vetenskapsakademien*, la troisième de *Scientia*.

La Odóstica. Teoria fisica de los olores, par O.-L. Trespailhie. Buenos-Aires, Imp. Suiza, 1917; 1 fasc. 17,5×25,5.

Reseña y memorias del primer congreso nacional de comerciantes y de la assamblea general de camaras de comercio de la Republica, reunidos en la ciudad de Mexico bajo el patrocinio de la secretaria de industria y comercio. Mexico, Talleres graficos de la secretaria de communicaciones, 1917; 1 vol. 19,5×28.

ERRATA.

(Séance du 28 janvier 1918.)

Note de M. *F.-G. Valle Miranda*, Recherches biochimiques sur le *Proteus vulgaris* Hauser :

Page 185, ligne 6, *au lieu de* L'étude qualitative, *lire* L'étude quantitative.